数　　学

一、命题原则

数学学科的考试，注重考查学生对数学基础知识、基本技能以及基本思想方法的掌握情况，考查运算能力、思维能力、空间观念和数学创新意识，加强试题与社会实际和学生生活的联系，特别考查在具体情境中运用所学知识分析和解决问题的能力，搜集和处理信息的能力，以及使用数学语言表达问题、形成用数学的意识。

1. 立足基础性

考查基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验，体现学科的“主干”知识。

2. 注重能力性

应有利于对学生分析问题和解决问题能力的考查，有利于对学生运算能力、思维能力、推理能力及空间观念的考查。

3. 强调应用性

力求体现理论与实际相结合，学以致用。题目要与社会实践和学生生活相联系，还要特别注重考查在具体情境中运用所学知识分析和解决问题的能力。

4. 渗透探究性

要注重考查学生的创新意识和创新能力。加大开放性问题和探究性问题的考查力度，从而拓宽学生的思维空间，有助于学生创造性的发挥。

5. 重视综合性

要注意学科知识的内在联系和知识的综合，从而引导学生关注对所学知识进行适当的重组与整合。

6. 讲究科学性

要求准确、科学、不超课标、不打擦边球。表述清晰，图文并茂。

二、考试范围

以 2011 版《数学课程标准》中第三学段规定的内容为依据，具体包括：“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”、“课题学习”等内容，参照人教版义务教育课程标准实验教科书数学六～九年级（五四制）教材及人教版义务教育课程标准实验教科书数学七～九年级（六三制）教材。2020 年中考数学命题“计算器”不作要求。

三、考试内容

依据《数学课程标准》及相应的数学教材，在课程标准二、三级主题的基础上确定出相应的知识点，每个知识点都围绕着“知识与技能”、“过程与方法”、“情感与态度”三维目标制定双向细目表。其中“知识与技能”要求能够经历将一些实际问题抽象为数学问题的过程，掌握数学的

基础知识和基本技能,并能解决简单的实际问题;“过程与方法”要求能够经历运用数学知识描述现实世界的过程,发展思维能力、合情推理能力和初步的演绎推理能力。能综合运用所学的知识和技能解决问题,提高实践能力与培养创新精神;“情感与态度”要求能积极参与数学学习活动,在数学学习活动中获得成功的体验,感受数学的严谨性。

在具体说明中又分别提出了“了解”、“理解”、“掌握”、“灵活运用”各层次能力要求,并将这些作为数学学科考试内容及命题的依据。

(一)有理数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
正数和负数	√	√	√			√
数　轴	√	√	√			
相反数	√	√	√			√
绝对值	√	√	√		√	√
有理数的大小比较	√	√	√		√	
有理数的加减法	√	√	√			
有理数的乘除法	√	√	√			
有理数的乘方	√	√	√			
有理数的混合运算	√	√	√	√	√	√
近似数	√	√			√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)正数和负数的意义。

(2)数轴的意义。

(3)相反数与绝对值的意义。

(4)有理数的大小比较方法。

(5)有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步以内为主)的基本方法。

(6)近似数的概念。

2. 理解

(1)有理数的意义。

(2)借助数轴理解相反数和绝对值的意义。

(3)乘方的意义。

(4)按要求求近似数的方法。

3. 掌握

(1)用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小。

(2)会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母)。

(3)有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步以内为主)。

(4)能运用运算律简化运算。

(5)能运用有理数的运算解决简单的问题。

4. 灵活运用

(1)熟练运用各种运算法则进行有理数的运算(以三步以内为主)。

(2)能用各种运算律简化有理数的运算。

◆过程与方法

经历从具体情境中抽象出数量关系和变化规律,并用符号来表示的过程,能对具体情境中的数字信息作出合理的解释和推断,能用数字刻画事物间的相互关系,并解释结果的合理性。

◆情感与态度

通过对问题解决过程的反思,加深认识,促进学生积极动脑,激发他们的学习热情,体验数学问题充满着探索性和创造性。

(二)实数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
平方根、算术平方根、立方根	√	√	√			
二次根式	√	√	√			
二次根式的化简	√	√	√			
二次根式的乘除法	√	√	√			
二次根式的加减法	√	√	√			
实　数	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)平方根和算术平方根的概念。

(2)立方根的概念。

(3)开方与乘方互为逆运算。

(4)无理数和实数的概念,实数的相反数和绝对值的意义。

(5)实数与数轴上的点一一对应。

(6)二次根式、最简二次根式的概念及三次根式(根号下仅限于数)其加、减、乘、除运算法则。

2. 理解

(1)平方根与算术平方根的关系,算术平方根是非负数。

(2)求一个数的立方根。

(3)明确指出形如$\sqrt{a}$的式子何时有意义,何时无意义。

3. 掌握

(1)用根号表示一个非负数的平方根、算术平方根和一个数的立方根。

(2)利用开方与乘方互为逆运算的关系求简单数的平方根、立方根,会用平方运算求百以内整数的平方根与算术平方根,会用立方运算求百以内整数(对应的负整数)的立方根。

(3)实数的分类。

(4)会求任何实数的相反数、绝对值。

(5)用有理数估计一个无理数的大致范围。

(6)会比较实数的大小。

(7)会用二次根式的加、减、乘、除运算法则进行有关实数的简单四则运算(只要求对结果为形如$\frac{c}{a\sqrt{b}}$的式子进行化简,其中 a、b 为有理数,且 $a\neq0,b>0$)。

(8)能按照指定的精确度求出根式运算结果的近似值。

◆过程与方法

能对具体情境中的无理数信息作出合理的解释和推断。

◆情感与态度

通过观察、思考、探究、归纳的过程,掌握认识事物的一般规律。

(三)整式

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
代数式	√	√	√	√		√
代数式的值	√	√	√			
整 式	√	√	√			
整式的加减	√	√	√		√	√
整式的乘法	√	√	√		√	√
乘法公式	√	√	√	√	√	√
因式分解	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)用字母表示数的意义。

(2)代数式所表示的数量关系。

(3)整式、单项式及其系数与次数,多项式次数、项的概念。

(4)整式加、减法的运算步骤。

(5)正整数指数幂的意义及运算性质。

(6)单项式乘以单项式、单项式乘以多项式,多项式乘以多项式的运算方法(两个一次式相乘)。

(7)平方差、完全平方公式的结构特征,正确写出这两个公式,了解它们的几何背景。

(8)因式分解的两种方法:提公因式法、公式法。

2. 理解

(1)在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义。

(2)能分析具体问题的简单数量关系,并用代数式表示。

(3)单项式乘以多项式、两个一次多项式相乘。能进行简单的整式运算。

3. 掌握

(1)把语言叙述的数量关系列成代数式。

(2)正确地求出简单代数式的值。

(3)进行整式的加、减运算;会进行整式乘法运算(其中的多项式相乘仅指一次式相乘)。

(4)运用整式的相关运算化简求值。

(5)平方差公式与完全平方公式的推导过程,知道公式中字母的广泛含义,能运用乘法公式进行简单运算。

(6)会用提公因式法、公式法(直接用公式不超过二次)进行因式分解(指数是正整数)。

4. 灵活运用

在代数式的化简求值、解方程、解不等式中熟练应用平方差公式与完全平方公式。

◆过程与方法

能用文字、字母等清楚地表达解决问题的过程,并能用代数式刻画事物间的相互联系。

◆情感与态度

体验数、式是有效地描述现实世界的重要手段,认识到数学是解决实际问题的重要工具。

(四)分式

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
分式及分式的基本性质	√	√	√			
分式的乘、除法	√	√	√		√	√
分式的加、减法	√	√	√		√	√
零指数幂与负整数指数幂	√	√	√		√	√
科学记数法	√	√	√			

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)分式的概念。

(2)分式的基本性质。

(3)约分、通分。

(4)分式乘、除法法则。

(5)分式加、减法法则。

(6)零指数幂和负整数指数幂的意义。

2. 理解

(1)正确区分整式与分式,知道分式有意义的条件。

(2)分式约分、通分的方法。

(3)整数指数幂的运算性质。

3. 掌握

(1)利用分式的基本性质进行约分和通分。

(2)会进行简单的分式加、减、乘、除运算,并化简和求值。

(3)整数指数幂的运算。

(4)用科学记数法表示数。

◆过程与方法

能结合具体情境发现并提出数学问题,尝试从不同角度寻求解决问题的方法,并能有效地解决问题。

◆情感与态度

通过观察、类比、归纳可以获得数学猜想,体验数学知识充满着探索性、创造性。

(五)方程

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
一元一次方程及解法	√	√	√		√	
可化为一元一次方程的分式方程	√	√	√		√	
一元二次方程及解法	√	√	√		√	
列一元一次方程、一元二次方程及可化为一元一次方程的分式方程解应用题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)方程的意义。

(2)一元一次方程、一元二次方程的意义。

(3)分式方程的意义。

2. 理解

(1)一元一次方程的解法。

(2)一元二次方程的解法。

(3)可化为一元一次方程的分式方程的解法。

(4)经历用观察、画图等手段估计方程解的过程。

3. 掌握

(1)会检验一个数是否为方程的解。

(2)熟练地解一元一次方程。

(3)会解可化为一元一次方程的分式方程(方程中的分式不超过两个)。

(4)用配方法、公式法以及因式分解法解简单数字系数的一元二次方程。

(5)利用方程解决简单实际问题。

4. 灵活运用

能应用一元一次方程、一元二次方程及可化为一元一次方程的分式方程解决生活实际问题,能根据具体问题的实际意义,检验结果是否合理。

◆过程与方法

能用方程刻画事物间的相互关系。由实际问题抽象为方程模型,体验解方程过程中的化归思想。尝试从不同角度寻求解决问题的方法,并能有效地解决问题。

◆情感与态度

了解数学对促进社会进步和发展人类理性思维的作用。

(六)二元一次方程(组)

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
二元一次方程组及解法	√	√	√		√	
列二元一次方程组解应用题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)二元一次方程、方程组、方程组的解的意义。

(2)“消元”的数学思想和方法。

2. 理解

(1)判别方程(组)是否是二元一次方程(组)。

(2)判别两个未知数的值是否是二元一次方程(组)的一个解。

3. 掌握

(1)会用代入消元法、加减消元法解简单的二元一次方程组。

(2)利用二元一次方程组解决简单的实际问题。

4. 灵活运用

灵活运用二元一次方程组解决实际问题,并检验结果是否合理。

◆过程与方法

体验把“未知”转化为“已知”和把“复杂问题”转化为“简单问题”的思想方法。

◆情感与态度

发挥自主学习的积极性,独立探究,体现数学的科学性和应用性。

(七)不等式(组)

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
不等式和它的解	√	√	√			
不等式的解集	√	√	√			
不等式的性质	√	√	√			
一元一次不等式及其解法	√	√	√		√	
一元一次不等式组及其解法	√	√	√		√	
利用一元一次不等式解实际问题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)不等式和一元一次不等式的意义。

(2)不等式的解和解集的意义。

(3)一元一次不等式组及其解集的意义。

2. 理解

(1)不等式的基本性质。

(2)不等式(组)的解和解集及在数轴上的表示方法。

3. 掌握

(1)用不等式的基本性质解一元一次不等式,并在数轴上表示不等式的解集。

(2)能解由两个一元一次不等式组成的一元一次不等式组,会用数轴确定一元一次不等式组的解集。

(3)根据具体问题中的数量关系,列一元一次不等式解决简单的问题。

4. 灵活运用

根据具体问题的数量关系，列一元一次不等式及方程解决实际问题。

◆过程与方法

体会由实际问题抽象为不等式(组)这个过程中蕴含的符号化、模型化的思想及解不等式(组)的过程中蕴含的化归思想。

◆情感与态度

认识不等式(组)是解决实际问题的重要工具。

(八)函数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
平面直角坐标系	√	√	√			
函数及其图象	√	√	√		√	
一次函数的图象及性质	√	√	√	√	√	
反比例函数的图象及性质	√	√	√	√	√	
二次函数的图象及性质	√	√	√	√	√	
函数图象及性质的应用	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)平面内的点与有序实数对之间的一一对应关系。

(2)通过简单实例，了解常量、变量的意义。

(3)结合实例，了解函数的概念和三种表示方法，能举出函数的实例。

(4)数学中的运动变化的观点和数形结合的数学思想与数学方法。

2. 理解

(1)平面直角坐标系的有关概念及平面内点的坐标的意义。

(2)一次函数、正比例函数、反比例函数、二次函数的有关概念、图象及性质。

(3)结合图象对简单的实际问题中的函数关系进行分析。

3. 掌握

(1)用适当的函数表示法刻画某些实际问题中变量之间的关系。

(2)确定简单的整式、分式和简单实际问题中的函数的自变量取值范围，并会求出函数值。

(3)结合对函数关系的分析，尝试对变量的变化规律进行初步预测。

(4)会画出函数的图象,能从图象上认识函数的性质。

(5)根据已知条件确定一次函数、反比例函数表达式,并利用其性质解决简单的实际问题。

(6)会用配方法将数字系数的二次函数的表达式转化为 $y=a(x-h)^2+k(a\neq0)$ 的形式。

(7)能根据已知条件确定二次函数的表达式;根据公式确定二次函数图象的顶点和对称轴,能根据图象或解析式确定抛物线的开口方向,并能利用其性质解决问题。

(8)会利用一次函数图象、二次函数图象求二元一次方程组和一元二次方程的近似解,并能利用方程组求两条直线的交点坐标。

4. 灵活运用

(1)一次函数、反比例函数、二次函数在实际生活中的应用。

(2)函数与其他数学知识的综合运用。

◆过程与方法

重视数学概念中蕴含的思想,注意从运动变化和联系对应的角度认识函数,借助实际问题情境,由具体到抽象去认识函数;通过函数应用举例,体现数学建模思想,重视数形结合的研究方法。

◆情感与态度

体验函数及图象描述实际问题的建模过程。认识到数学是解决实际问题和进行交流的重要工具,了解函数对促进社会进步和发展的作用。

(九)线段、角

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
直线、射线、线段	√	√				
角的比较与运算	√	√	√		√	√
余角和补角	√	√	√			
角的平分线及性质	√	√	√		√	

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)通过丰富实例进一步认识点、线、面、角。

(2)度、分、秒。

(3)补角、余角。

2. 理解

(1)线段的中点概念,两点的距离的概念。

(2)角及角平分线的概念。

(3)同角(等角)的余(补)角相等。

3. 掌握

(1)“两点确定一条直线”、“两点之间,线段最短”。

(2)会比较两个角的大小,会计算角度的和与差。

(3)会进行角的度、分、秒简单换算。

(4)角平分线及性质。

◆过程与方法

通过符号、文字、图形的转化,化“无形”为“有形”,培养学生的几何语言的运用。

◆情感与态度

感受基本图形在现实生活中的应用。

(十)相交线、平行线

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
对顶角	√	√				
垂　线	√	√	√			
线段的垂直平分线	√	√	√		√	√
同位角、内错角、同旁内角	√	√				
平行线的判定和性质	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)对顶角、垂线、垂线段等概念,垂线段最短的性质。

(2)线段垂直平分线的概念。

2. 理解

(1)对顶角相等。

(2)点到直线的距离及两条平行直线之间的距离的意义。

(3)在同一平面内,过一点有且只有一条直线垂直于已知直线。

(4)两直线平行的性质和判定。

(5)过直线外一点有且只有一条直线平行于已知直线。

3. 掌握

(1)会用平行线的判定和性质进行推理和计算。

(2)会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线。

(3)会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。

(4)会度量两条平行线之间的距离。

(5)线段垂直平分线的性质。

4. 灵活运用

能综合运用平行线的判定及性质进行有关问题的探究。

关注微信公众号：黑龙江考试资讯（ID：lk11777)获取准确考试信息

◆过程与方法

学生经历平行线的判定及性质等简单推理过程，感受推理论证的作用。

◆情感与态度

通过对简单几何图形的认识，提高学生学习数学的兴趣。

（十一）三角形

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
三角形的有关概念	√					
三角形的稳定性	√					
三角形的内角和及外角和	√	√				
三角形中位线	√	√	√		√	
三角形的重心	√				√	
全等三角形	√	√	√	√	√	√
等腰三角形、等边三角形	√	√	√	√		
直角三角形及性质	√	√	√	√	√	
勾股定理及逆定理	√	√	√	√	√	√
尺规作图	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

（1）三角形的有关概念及其稳定性。

（2）三角形中位线的概念。

（3）全等三角形、等腰三角形、等边三角形、直角三角形等有关概念。

（4）勾股定理及其逆定理。

（5）三角形的内角和。

（6）三角形的重心及物理意义。

（7）尺规作图的步骤。

2. 理解

（1）三角形内角和定理及推论。

（2）探索三角形中位线的性质。

（3）探索两个三角形全等的条件。

(4)探索等腰三角形的性质。

(5)探索直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件。

3. 掌握

(1)能画出任意三角形的角平分线、中线和高。

(2)三角形中位线的性质。

(3)两个三角形全等的条件。

(4)等腰三角形的性质和一个三角形是等腰三角形的条件;掌握等边三角形的性质。

(5)直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件。

(6)会用勾股定理解决简单问题,会用勾股定理的逆定理判定直角三角形。

(7)尺规作图。

①完成以下基本作图:作一条线段等于已知线段,作一个角等于已知角,作角的平分线,作线段的垂直平分线。

②利用基本作图作三角形:已知三边作三角形;已知两边及其夹角作三角形;已知两角及其夹边作三角形;已知底边及底边上的高作等腰三角形。

③探索如何过一点、两点和不在同一直线上的三点作圆。

④尺规作图题,会写已知、求作;不要求写出作法和证明。

4. 灵活运用

解决全等三角形、等腰三角形、直角三角形等知识与其他知识的综合问题。能利用勾股定理及其逆定理解决有关综合题。

◆过程与方法

在探索图形性质的过程中,发展几何直觉,体会证明的必要性,发展初步的演绎推理能力。

◆情感与态度

认识通过观察、实验、归纳、类比、推断可以获得数学猜想,体验数学活动充满着探索性和创造性,感受证明的必要性,证明过程的严谨性以及结论的确定性。

(十二)四边形

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
多边形内角和、外角和	√	√			√	
正多边形	√					
平行四边形的判定和性质	√	√	√	√	√	√
矩形、菱形、正方形	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)多边形的内角和与外角和公式及正多边形的概念。

(2)平行四边形、矩形、菱形、正方形之间的关系。

(3)四边形的不稳定性。

2. 理解

多边形的内角和、外角和公式。

3. 掌握

(1)平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念。

(2)平行四边形、矩形、菱形、正方形的有关性质和判定。

4. 灵活运用

(1)综合运用各种特殊四边形的判定与性质,对问题进行探索性研究。

(2)综合运用各种特殊四边形的判定和性质,探索研究和“数与代数”知识综合的问题。

◆过程与方法

(1)经历特殊四边形性质的探索过程,丰富学生从事数学活动的经验和体验。

(2)结合特殊四边形性质和判定方法以及相关问题的证明,进一步培养和发展学生的逻辑思维能力和推理论证能力。

◆情感与态度

通过分析四边形与特殊四边形,以及平行四边形与各种特殊平行四边形概念之间的联系与区别,使学生认识到特殊与一般的关系,从而体会事物之间总是互相联系又是互相区别的,进一步培养学生的辩证唯物主义观点。

(十三)圆

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
圆的有关概念	√	√				
垂径定理	√	√	√	√		
弧、弦、圆心角的关系	√	√	√		√	√
圆周角与圆心角的关系	√	√	√		√	√
点与圆的位置关系	√	√	√		√	
直线与圆的位置关系	√	√	√		√	
切线的性质	√	√	√	√	√	√
切线长定理	√	√	√	√		
三角形的外接圆、内切圆	√	√				
弧长、扇形面积	√	√	√	√	√	√
正多边形概念及正多边形与圆的关系	√					

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)等圆、等弧概念。

(2)弧、弦、圆心角的关系。

(3)圆周角与圆心角的关系、直径所对圆周角的特征。

(4)点与圆、直线与圆的位置关系。

(5)三角形的内心和外心。

(6)切线的概念及切线的性质。

(7)正多边形的概念及正多边形与圆的关系。

2. 理解

(1)圆及其有关概念。

(2)弧、弦、圆心角的关系,圆周角与圆心角的关系。

(3)切线与过切点的半径之间的关系。

(4)三角形的内切圆。

(5)弧长、扇形面积。

3. 掌握

(1)利用圆的相关概念及性质在较简单的背景中进行计算及证明。

(2)利用垂径定理及推论进行计算和证明。

(3)判断点与圆、直线与圆的位置关系。

(4)过圆上一点画圆的切线。

(5)利用切线长定理进行计算及证明。

(6)计算弧长及扇形的面积。

4. 灵活运用

(1)能综合运用圆的有关性质、切线性质等知识,对问题进行探索研究。

(2)能够运用弧长、扇形等有关知识解决实际问题。

◆过程与方法

结合有关图形的探索过程,发展学生的逻辑思维能力和解决问题能力。

◆情感与态度

学生运用知识解决问题的同时,对学生进行辩证唯物主义世界观的教育。

(十四)视图与投影

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
中心投影、平行投影	√					
三视图	√	√	√		√	√
直棱柱、圆锥的侧面展开图	√	√			√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)直棱柱、圆锥的侧面展开图。

(2)基本几何体与其三视图、展开图(球除外)之间的关系。

(3)中心投影和平行投影。

2. 理解

基本几何体与其三视图、展开图(球除外)之间关系在现实生活中的应用。

3. 掌握

(1)基本几何体(直棱柱、圆柱、圆锥、球)的三视图。

(2)简单物体的三视图。

(3)能根据三视图描述基本几何体或实物原型。

(4)能根据展开图判断和制作立体模型。

◆过程与方法

通过讨论简单立体图形(包括相应的平面展开图)与它的三视图相互转化,分析立体图形和平面图形之间的联系,初步建立空间观念,提高空间想象能力。

◆情感与态度

通过探索现实生活中的实物观察与制作,提高学习热情。

(十五)图形的轴对称

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
图形的轴对称	√					
作轴对称图形	√	√				
简单图形、基本图形的轴对称性	√	√	√		√	√
用轴对称进行图案设计	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)通过具体实例认识轴对称、轴对称图形及其性质。

(2)欣赏现实生活中的轴对称图形。

2. 理解

对应点所连的线段被对称轴垂直平分的性质。

3. 掌握

(1)按要求作出简单平面图形;探索简单图形之间的轴对称关系,并能指出对称轴。

(2)基本图形(等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆)的轴对称性及其相关性质。
(3)能利用图形的轴对称进行图案设计。

◆过程与方法

能初步应用轴对称知识解释生活中的现象及解决简单的实际问题。

◆情感与态度

在图案设计的过程中,体验几何图形的对称美。

(十六)图形的平移

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
平　移	√					
平移基本性质	√	√				
用平移进行图案设计	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)通过具体实例认识平移。
(2)认识和欣赏平移在现实生活中的应用。

2. 理解

探索平移的基本性质,理解对应点连线平行且相等的性质。

3. 掌握

会用图形的平移,进行图案设计。

◆过程与方法

从感性到理性、从静态到动态逐步加深对平移的理解。

◆情感与态度

认识和欣赏平移在现实生活中的广泛应用。

(十七)图形的旋转

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
旋　转	√					
旋转基本性质	√	√	√		√	
中心对称	√	√	√			
图案设计	√	√	√		√	√

关注微信公众号：黑龙江考试资讯（ID：lk11777)获取准确考试信息

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)通过具体实例认识旋转。

(2)平行四边形、圆、线段、正多边形(边数是偶数)是中心对称图形。

(3)欣赏旋转在现实生活中的应用。

(4)了解中心对称、中心对称图形的概念。

2. 理解

(1)探索旋转的基本性质,理解对应点到旋转中心的距离相等、对应点与旋转中心连线所成的角彼此相等的性质。

(2) 探索基本性质:成中心对称的两个图形中对应点连线经过对称中心,且被对称中心平分。

3. 掌握

轴对称、平移和旋转的组合进行图案设计。

◆过程与方法

经历探究图形变换、图案设计的过程,培养学生的动手操作能力。

◆情感与态度

利用图形变换进行图案设计,发挥学生的想象力,激发其学习兴趣。

(十八)图形的相似

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
线段的比	√					
成比例线段	√					
黄金分割	√					
相似多边形	√					
相似三角形的判定和性质	√					
位似图形	√				√	√
平行线分线段成比例	√	√	√			
利用相似解决实际问题	√	√	√			

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)线段的比、成比例线段的概念,通过实例了解黄金分割。

(2)相似三角形的概念。

(3)认识图形的相似。

(4)图形的位似。

(5)比例的基本性质。

(6)相似多边形和相似比。

(7)相似三角形的判定和性质。

(8)知道利用位似可以将一个图形放大或缩小。

2. 理解

会利用图形的相似解决一些简单的实际问题。

3. 掌握

基本事实:两条直线被一组平行线所截,所得的对应线段成比例,并能利用图形相似解决问题。

◆过程与方法

结合相似图形性质及相关知识解决简单的实际问题,培养学生的合理推理能力,发展学生的逻辑思维能力和推理论证的表达能力。

◆情感与态度

通过相似形与全等形之间的一般与特殊关系,向学生渗透辩证唯物主义观点。

(十九)锐角三角函数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
正弦、余弦、正切	√	√	√			
特殊锐角的三角函数值	√	√	√	√		
解直角三角形	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

通过实例认识锐角三角函数。

2. 理解

(1)正确应用 sinA、cosA、tanA 表示直角三角形中两边的比。

(2)直角三角形中边与边的关系,角与角的关系和边与角的关系。

3. 掌握

(1)30°、45°、60°角的三角函数值,由已知三角函数值求出对应的锐角的度数。

(2)解直角三角形。

4. 灵活运用

运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题。

◆过程与方法

(1)通过锐角三角函数的学习过程,进一步认识函数,体会函数的变化与对应的思想。

(2)通过解直角三角形的过程,体会数学在解决实际问题中的作用。

◆情感与态度

实践——理论——实践的认识过程，调动学生学习数学的积极性，用丰富有趣的实际问题激发学生的学习兴趣。

（二十）图形与坐标

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
确定平面内点的位置	√	√	√			
用坐标表示轴对称、平移、旋转、位似	√	√	√	√	√	√
关于原点对称的点的坐标	√	√	√			

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

在同一直角坐标系中，感受图形变化后点的坐标的变化。

2. 理解

在方格纸上建立适当直角坐标系，描述物体的位置。

3. 掌握

会用坐标表示轴对称、平移、旋转、位似，会求关于原点对称的点的坐标。

4. 灵活运用

用不同的方式确定物体的位置。

◆过程与方法

通过研究图形与坐标的关系，使学生感受到平面直角坐标系是数与形之间的桥梁，把坐标思想和图形变换的思想联系起来。

◆情感与态度

在观察、操作、想象的过程中，激发学生的学习兴趣。

（二十一）图形与证明

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
定义、命题、定理	√					
逆命题	√					
基本事实	√	√	√	√	√	√
利用基本事实证明命题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)证明的含义,定义、命题、定理的含义。

(2)逆命题的概念,会识别两个互逆命题。

(3)通过实例体会反证法的含义。

(4)会区分命题的题设和结论。

2. 理解

(1)证明的必要性。

(2)通过具体的例子理解反例的作用,知道利用反例可以证明一个命题是错误的。

3. 掌握

用综合法证明的格式。

4. 灵活运用

综合所学的定义、基本事实、定理,按证明格式进行推理证明和计算。

注:(1)掌握以下基本事实,作为证明的依据:

①一条直线截两条平行直线所得的同位角相等。

②两条直线被第三条直线所截,若同位角相等,那么这两条直线平行。

③若两个三角形的两边及其夹角(或两角及其夹边,或三边)分别相等,则这两个三角形全等。

④全等三角形的对应边、对应角分别相等。

(2)利用(1)中的基本事实证明下列命题:

①平行线的性质定理(两条平行直线被第三条直线所截,内错角相等、同旁内角互补)和判定定理(内错角相等或同旁内角互补,则两直线平行)。

②三角形的内角和定理及推论(三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和)。

③直角三角形全等的判定定理。

④角平分线性质定理及逆定理。

⑤线段垂直平分线性质定理及逆定理。

⑥三角形中位线定理。

⑦等腰三角形、等边三角形、直角三角形的性质和判定定理。

⑧平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质和判定方法。

◆过程与方法

体会证明的必要性,发展演绎推理能力。

◆情感与态度

感受几何的演绎体系对数学发展和人类文明的价值。

(二十二)统计与概率

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
数据的收集与整理	√	√	√		√	√
总体、样本	√					
加权平均数	√	√	√			
众数、中位数	√	√	√			
频数、频率	√	√				
选择合适的统计图表进行数据整理	√	√	√	√	√	√
方差	√	√	√			
用样本估计总体	√	√	√	√	√	√
概率	√	√				
列举法求概率	√	√	√	√		√
用频率估计概率	√	√			√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)在具体问题中,加权平均数、众数、中位数、方差的意义。

(2)频数分布的意义和作用。

(3)样本估计总体的思想。

(4)在具体情境中概率的意义。

2. 理解

(1)在具体情境中计算众数、中位数,会计算加权平均数。

(2)方差的计算方法,体会如何表示一组数据的离散程度。

(3)通过实例,体会用样本估计总体的思想。

(4)通过实验获得事件发生的概率。

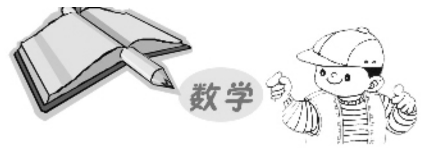
3. 掌握

(1)用扇形图表示数据。

(2)平均数、加权平均数的计算公式,并能准确计算出样本平均数、加权平均数。会用样本平均数估计总体平均数。

(3)方差计算公式,能正确计算样本方差,会根据同类问题的两组样本方差比较这两组样本数据的波动情况。

(4)知道平均数、中位数和众数是从不同角度描述一组数据的集中趋势,会求样本平均数、



中位数、众数。

(5)整理数据的步骤和方法,会对数据进行合理的分组,列出样本频数分布表,画出频数分布直方图和频数折线图。

(6)会用列举法计算简单事件发生的概率。

4. 灵活运用

通过实例进一步丰富对统计和概率的认识,并能解决一些实际问题。

◆过程与方法

能收集、整理数学信息,根据统计结果作出合理的判断和预测。能用数字或图表等清楚地表达解决问题的过程,并解释结果的合理性。通过对解决问题过程的反思,获得解决问题的经验。

◆情感与态度

体现统计与概率和生活的密切联系。从事统计调查活动,经历数据处理的基本过程,得到人文方面教育。注重所学内容与日常生活、自然社会和科学技术领域的联系,使学生体会统计与概率对制定决策的重要作用。

(二十三)课题学习

◆具体目标

(1)经历“问题情境——建立模型——求解——解释与应用”的基本过程。

(2)体验数学知识之间的内在联系,初步形成对数学整体性的认识。

(3)获得一些研究问题的方法和经验,发展思维能力,加深理解相关的数学知识。

(4)通过获得成功的体验和克服困难的经历,增强应用数学的自信心。

四、考试形式及试卷结构

考试采用闭卷笔试形式。全卷满分为120分,考试时间为120分钟。大小试题27个,其中客观性试题20个(10个选择题,10个填空题),共60分;解答题7个,共60分。

中考数学试卷包括Ⅰ卷和Ⅱ卷。Ⅰ卷为选择题,Ⅱ卷为非选择题。数与代数、空间与图形、统计与概率、课题学习所占分数的百分比与它们在数学课程标准及教材中所规定的课时数的百分比大致相同,即数与代数约占44%,空间与图形约占42%,统计与概率约占11%,课题学习约占3%。

试题分为选择题、填空题和解答题三个大题,选择题是四选一型的单项选择题;填空题只要求直接填写结果,不必写出计算或推理过程,但填写的结果通常必须是最简单的,并且符合数学的习惯规定;解答题应写出文字说明、演算步骤或推理过程。

试题按其难易程度分为容易题、中等题和较难题。其中容易试题指难度系数在0.70以上的试题,中档试题指难度系数在0.40~0.69之间的试题,较难试题指难度系数在0.39以下的试题。

关注微信公众号：黑龙江考试资讯（ID：lk11777)获取准确考试信息

五、参考题型示例

一、选择题

【示例 1】下列计算中，正确的是(　　)

A. $2x+3y=5xy$　　B. $x\cdot x^4=x^4$　　C. $x^8\div x^2=x^4$　　D. $(x^2y)^3=x^6y^3$

【答案】D

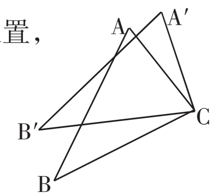
（知识范围：整式　　题型：选择题　　难度系数：0.80）

【示例 2】已知反比例函数 $y=\frac{m-1}{x}$ 的图象在第一、三象限，则 m 的取值范围是(　　)

A. $m\geqslant1$　　B. $m\leqslant1$　　C. $m>1$　　D. $m<1$

【答案】C

（知识范围：反比例函数等　题型：选择题　难度系数：0.80）



【示例 3】如图，将△ABC 绕着点 C 按顺时针方向旋转 20°，B 点落在 B′位置，A 点落在 A′位置，若 AC⊥A′B′，则∠BAC 的度数是(　　)

A.　50°　　B.　60°　　C.　70°　　D.　80°

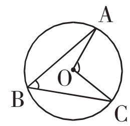
【答案】C

（知识范围：三角形、旋转等　　题型：选择题　　难度系数：0.75）

【示例 4】如图，在⊙O 中，点 A，B，C 都在⊙O 上，∠ABC=50°，则∠AOC 等于(　　)

A. 50°　　B. 80°

C. 90°　　D. 100°

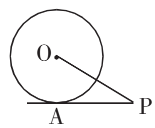


【答案】D

（知识范围：圆周角和圆心角的关系　　题型：选择题　　难度系数：0.80）

二、填空题

【示例 1】如图，PA 是⊙O 的切线，切点为 A，PA=$2\sqrt{3}$，∠APO=30° 则⊙O 的半径长为_______.



【答案】2

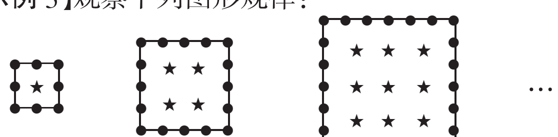
（知识范围：圆的切线性质、三角函数、勾股定理等　　题型：填空题　　难度系数：0.80）

【示例 2】随机掷一枚均匀的正方体骰子（六个面分别标有 1、2、3、4、5、6 六个数字），向上一面点数为偶数的概率为_______.

【答案】$\frac{1}{2}$

（知识范围：概率　　题型：填空题　　难度系数：0.75）

【示例 3】观察下列图形规律：



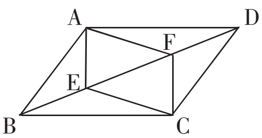
n=1　　n=2　　n=3

当图形中“●”的个数和“★”的个数相等时，n=______ .

【答案】n=8

（知识范围：代数式、一元二次方程、寻找规律等 题型：填空题 难度系数：0.65 ）

【示例 4】如图，E、F 是▱ABCD 对角线 BD 上的两点，请你添加一个适当的条件：______，使四边形 AECF 是平行四边形.



【答案】

BE=DF 等（只要符合条件即可）

（知识范围：平行四边形、全等三角形、平行线性质、平行线判定等 题型：填空题 难度系数：0.65）

三、解答题

【示例 1】先化简，再求值：$\frac{x^2}{2-x}+\frac{4}{x-2}$，其中 x=tan60° −2.

【答案】

原式 $=\frac{x^2}{2-x}-\frac{4}{2-x}=\frac{(x+2)(x-2)}{2-x}=-(x+2)=-x-2$

当 x= tan60° $-2=\sqrt{3}-2$ 时，原式$=-(\sqrt{3}-2)-2=-\sqrt{3}$

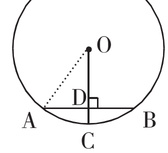
（知识范围：分式、因式分解、三角函数等 题型：计算题 难度系数：0.70）

【示例 2】计算：$|-5|-(\sqrt{2}-3)^0+6\times(\frac{1}{3}-\frac{1}{2})+(-1)^2$

【答案】原式 =5−1+(2−3)+1=4

（知识范围：绝对值、零指数幂、正整数指数幂、有理数混合运算等 题型：计算题 难度系数：0.75）

【示例 3】如图，AB 为⊙O 的弦，⊙O 的半径为 5，OC⊥AB 于点 D，交⊙O 于点 C，且 CD=1，求弦 AB 的长.



【答案】

∵ OC⊥AB 于点 D ∴ AD = BD ∴AB = 2AD

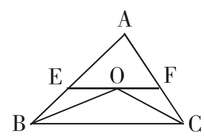
连接 OA 在 Rt△OAD 中

$\because AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{5^2-(5-1)^2}=3$

∴ AB = 2AD = 6

（知识范围：勾股定理、垂径定理等 题型：计算题 难度系数：0.75）

【示例 4】如图所示，在△ABC 中，∠ABC 和∠ACB 的平分线交于点 O，过点 O 作 EF∥BC，交 AB 于 E，交 AC 于 F，若 BE = 3，CF = 2，求 EF 的长.

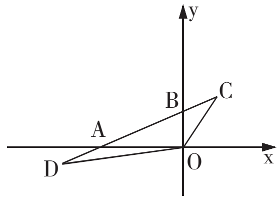


【答案】∵OB 平分∠ABC ∴∠EBO=∠OBC ∵EF∥BC ∴∠EOB = ∠OBC

∴∠EOB=∠EBO ∴EB=EO=3 同理 FO=FC=2 ∴EF=3+2=5

（知识范围：平行线性质、角平分线、等腰三角形等 题型：计算题 难度系数：0.80）

【示例 5】如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(-4,0)$，$B(0,2)$两点.



(1)求直线 AB 的解析式；

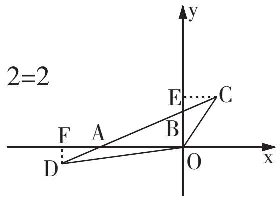
(2)点 C，D 在直线 AB 上，点 C 的纵坐标为 3，点 D 在第三象限，且△OBC 与△OAD 的面积相等，求点 D 的坐标.

【答案】(1)∵ 直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(-4,0)$和 $B(0,2)$两点

∴ $\begin{cases}0=-4k+b\\ b=2\end{cases}$　解得 $\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\ b=2\end{cases}$　∴ 直线 AB 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+2$

(2)∵ 点 C 的纵坐标为 3　在 $y=\frac{1}{2}x+2$ 中　当 $y=3$ 时　$x=2$　∴$C(2,3)$

分别过点 C、D 作 y 轴和 x 轴的垂线　垂足分别为点 E、F



∵$B(0,2)$　$C(2,3)$　∴$OB=2$　$CE=2$　$S_{\triangle OBC}=\frac{1}{2}OB\cdot CE=\frac{1}{2}\times 2\times 2=2$

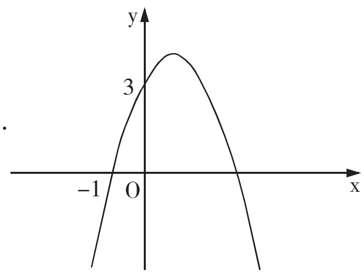
∵$A(-4,0)$　∴$OA=4$　$S_{\triangle OAD}=\frac{1}{2}OA\cdot FD=\frac{1}{2}\times 4\cdot FD=2$

∴$FD=1$　∵ 点 D 在第三象限　∴ 点 D 的纵坐标为 -1

在 $y=\frac{1}{2}x+2$ 中　当 $y=-1$ 时　$x=-6$　∴$D(-6,-1)$

（知识范围：确定一次函数表达式、三角形面积、坐标的意义等　题型：计算题　难度系数：0.65）

【示例 6】已知二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象如图所示，它与 x 轴的一个交点坐标为$(-1,0)$，与 y 轴的交点坐标为$(0,3)$.



(1)求此二次函数的解析式；

(2)根据图象，写出函数值 y 为正数时，自变量 x 的取值范围.

【答案】(1)把点$(-1,0)$和$(0,3)$代入抛物线解析式

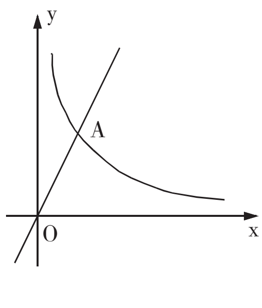
得$\begin{cases}0=-1-b+c\\ 3=c\end{cases}$　解得$\begin{cases}b=2\\ c=3\end{cases}$　抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$

(2)当 $y=0$ 时　$-x^2+2x+3=0$　解得 $x_1=-1$　$x_2=3$　由图象可知

自变量 x 的取值范围为 $-1<x<3$

（知识范围：二次函数、二元一次方程组、一元二次方程等　题型：应用题　难度系数：0.60）

【示例 7】如图，反比例函数 $y=\frac{m-5}{x}$ (m 为常数)图象的一支.



(1)求常数 m 的取值范围；

(2)若该函数的图象与正比例函数 $y=2x$ 图象在第一象限的交点为 $A(2,n)$，求点 A 的坐标及反比例函数的解析式.

【答案】(1)∵ 反比例函数图象的一支在第一象限

∴$m-5>0$　解得 $m>5$　∴m 的取值范围为 $m>5$

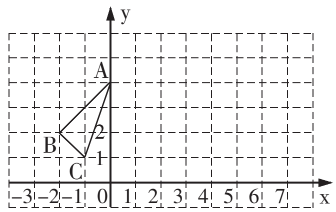
（2）把点 A（2，n）代入正比例函数 $y=2x$ 中　得 $n=4$

∴ 点 A 的坐标为（2，4）　把（2，4）代入反比例函数 $y=\frac{m-5}{x}$ 中得 $4=\frac{m-5}{2}$　解得 $m=13$

∴ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{8}{x}$.

(知识范围：反比例函数、正比例函数、一元一次不等式、一元一次方程等　题型：应用题　难度系数：0.65）

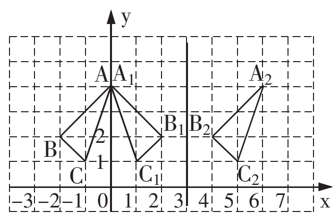
【示例 8】△ABC 在平面直角坐标系中的位置如图所示.



（1）作出△ABC 关于 y 轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$，并写出$\triangle A_1B_1C_1$各顶点的坐标；

（2）将△ABC 向右平移6个单位，作出平移后的$\triangle A_2B_2C_2$，并写出$\triangle A_2B_2C_2$各顶点的坐标；

（3）观察$\triangle A_1B_1C_1$和$\triangle A_2B_2C_2$，它们是否关于某直线对称？若是，请在图上画出这条对称轴.



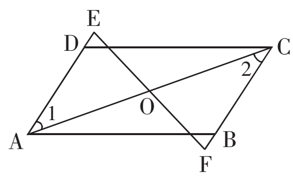
【答案】（1）$A_1(0,4)$，$B_1(2,2)$，$C_1(1,1)$；

（2）$A_2(6,4)$，$B_2(4,2)$，$C_2(5,1)$；

（3）$\triangle A_1B_1C_1$与$\triangle A_2B_2C_2$关于直线 $x=3$ 成轴对称.

（知识范围：图形的平移、图形的轴对称及用坐标表示点的位置等　题型：画图题　难度系数：0.65）

【示例 9】如图所示，平行四边形 ABCD 中，过 AC 的中点 O 的直线分别交 AD、CB 的延长线于点 E、F.



求证：DE=BF.

【答案】

∵ 四边形 ABCD 是平行四边形　∴ AD∥BC　AD=CB

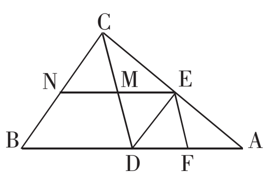
∴ ∠1=∠2　∠E=∠F　∵ 点 O 是 AC 的中点　∴ AO = CO

在△AOE 和△COF 中 $\begin{cases}\angle E=\angle F\\ \angle 1=\angle 2\\ AO=CO\end{cases}$　∴△AOE≌△COF　∴ AE=CF

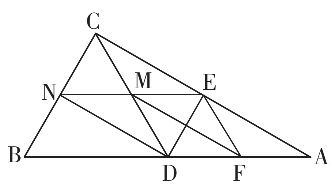
∴ AE–AD=CF–BC　即 DE=BF

（知识范围：平行四边形、平行线性质、全等三角形等　题型：证明题　难度系数：0.65）

【示例 10】已知：在△ABC 中，点 D 为 AB 上一点，连接 CD，∠ADC 的平分线交 AC 于点 E，过点 E 作 CD、AB 的平行线，分别交 AB、CD、BC 于点 F、M、N.



（图 1）



（图 2）

（1）如图 1，求证：四边形 DFEM 为菱形；

（2）如图 2，若∠ACB=90°，点 D 为边 AB 的中点，连接 DN、MF. 在不添加任何辅助线的

情况下,请直接写出图 2 中的所有平行四边形(不包括以 DF 为一边的平行四边形).

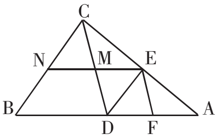
【答案】(1)证明:如图 1 $\because$ EM∥AB

$\therefore$ ∠DEM=∠EDF 又 $\because$ EF∥CD

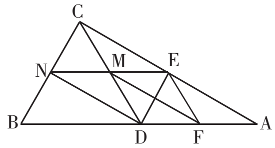
$\therefore$ 四边形 DFEM 为平行四边形

$\because$ DE 平分∠ADC $\therefore$ ∠EDM=∠EDF

$\therefore$ ∠EDM=∠DEM $\therefore$ ME=MD $\therefore$ 四边形 DFEM 为菱形



(图 1)

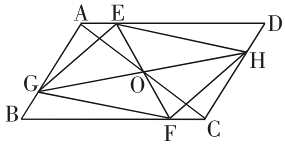


(图 2)

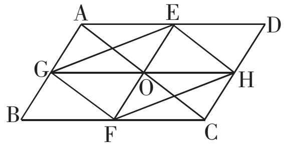
(2)▱CEDN ▱BDEN ▱EMFA ▱CMFE ▱AEND

(知识范围:平行四边形、矩形、菱形等 题型:开放题 难度系数:0.60)

【示例 11】如图 1,▱ABCD 中,点 O 是对角线 AC 的中点,EF 过点 O,与 AD,BC 分别相交于点 E,F,GH 过点 O,与 AB,CD 分别相交于点 G,H,连接 EG,FG,FH,EH.



(图 1)



(图 2)

(1) 求证:四边形 EGFH 是平行四边形;

(2) 如图 2,若 EF//AB,GH//BC,在不添加任何辅助线的情况下,请直接写出图 2 中与四边形 AGHD 面积相等的所有平行四边形(四边形 AGHD 除外).

【答案】(1)证明:$\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形

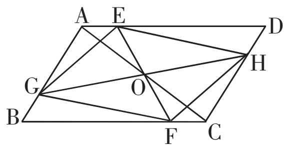
$\therefore$ AD∥BC $\therefore$∠EAO = ∠FCO

$\because$ OA=OC ∠AOE= ∠COF

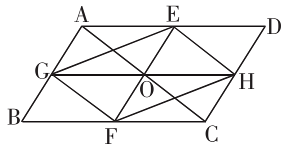
$\therefore$△OAE ≌ △OCF $\therefore$OE = OF

同理 OG = OH

$\therefore$ 四边形 EGFH 是平行四边形



(图 1)



(图 2)

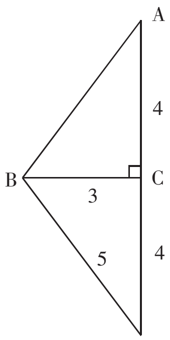
(2)▱GBCH ▱ABFE ▱EFCD ▱EGFH

(知识范围:平行四边形、全等三角形等 题型:开放题 难度系数:0.60)

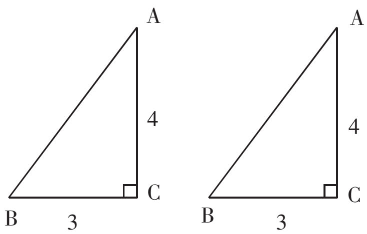
【示例 12】在 Rt△ABC 中,∠C = 90°,AC = 4,BC = 3.在 Rt△ABC 的外部拼接一个合适的直角三角形,使得拼成的图形是一个等腰三角形,如图甲所示.

【要求】在图乙的备用图中,画出两种与图甲不同的拼接方法,并在图中标明拼接的直角三角形的三边长.

角形的三边长.

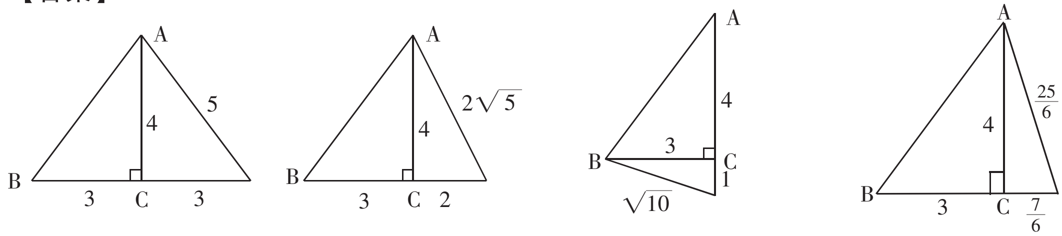


(图甲)



(图乙)

【答案】



（知识范围：等腰三角形、勾股定理等　题型：方案设计题　难度系数：0.60）

【示例 13】同庆中学为丰富学生的校园生活，准备从军跃体育用品商店一次性购买若干个足球和篮球(每个足球的价格相同，每个篮球的价格相同)，若购买 3 个足球和 2 个篮球共需 310 元．购买 2 个足球和 5 个篮球共需 500 元．

（1）购买一个足球、一个篮球各需多少元？

（2）根据同庆中学的实际情况，需从军跃体育用品商店一次性购买足球和篮球共 96 个．要求购买足球和篮球的总费用不超过 5 720 元，这所中学最多可以购买多少个篮球？

【答案】

（1）解：设购买一个足球需要 x 元，购买一个篮球需要 y 元．

根据题意得$\begin{cases}3x+2y=310\\2x+5y=500\end{cases}$　解得$\begin{cases}x=50\\y=80\end{cases}$

∴ 购买一个足球需要 50 元，购买一个篮球需要 80 元．

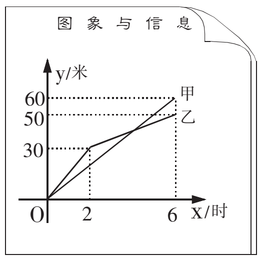
（2）解：设购买 a 个篮球，则购买足球（96−a）个．根据题意得

$80a+50(96-a)\leqslant 5\,720$　解得 $a\leqslant 30\frac{2}{3}$　∵a 是整数　∴a 最多是 30

∴ 这所中学最多可以购买 30 个篮球．

(知识范围：二元一次方程组、一元一次不等式等　题型：应用题　难度系数：0.60)

【示例 14】甲、乙两个工程队分别同时开挖两段河渠，所挖河渠的长度 y（米）与挖掘时间 x（小时）之间的关系如图所示，请根据图象所提供的信息解答下列问题：



（1）乙队开挖到 30 米时，用了_______小时．开挖 6 小时时甲队比乙队多挖了_______米；

（2）请你求出：

①甲队在 $0\leqslant x\leqslant 6$ 的时段内，y 与 x 之间的函数解析式；

②乙队在 $2\leqslant x\leqslant 6$ 的时段内，y 与 x 之间的函数解析式；

（3）当 x 为何值时，甲、乙两队在施工过程中所挖河渠的长度相等？

【答案】

（1）2，10；

（2）①设甲队在 $0\leqslant x\leqslant 6$ 的时段内 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=k_1x$，由图象可知，函数图象过点（6，60）

$\therefore 6k_1=60$，解得 $k_1=10$ $\therefore y=10x$

②设乙队在 $2\leqslant x\leqslant 6$ 的时段内 y 与 x 之间的函数解析式为 $y=k_2x+b$ 由图象可知 函数图象过点(2,30)（6,50）

$\therefore \begin{cases}2k_2+b=30\\6k_2+b=50\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_2=5\\b=20\end{cases}$ $\therefore y=5x+20$

(3)由题意 得 $10x=5x+20$ 解得 $x=4$

∴ 当 x 为 4 小时时 甲、乙两队所挖的河渠长度相等

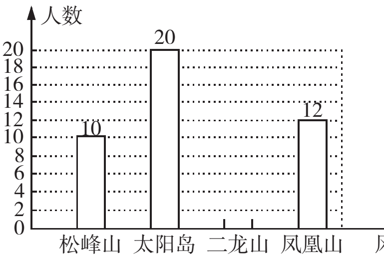
（知识范围：一次函数、一元一次不等式、一元一次方程、二元一次方程组等 题型：应用题 难度系数：0.60）

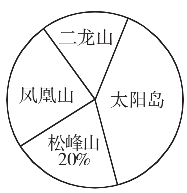
【示例 15】随着社会经济的发展和城市周边交通状况的改善，旅游已成为人们的一种生活时尚. 洪祥中学开展以“我最喜欢的风景区”为主题的调查活动，围绕“在松峰山、太阳岛、二龙山和凤凰山四个风景区中，你最喜欢哪一个？（必选且只选一个）”的问题，在全校范围内随机抽取了部分学生进行问卷调查，将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的统计图. 请你根据图中提供的信息回答下列问题：

(1) 本次调查共抽取了多少名学生？

(2) 通过计算补全条形统计图；

(3) 若洪祥中学共有1350 名学生，请你估计最喜欢太阳岛风景区的学生有多少名.





【答案】

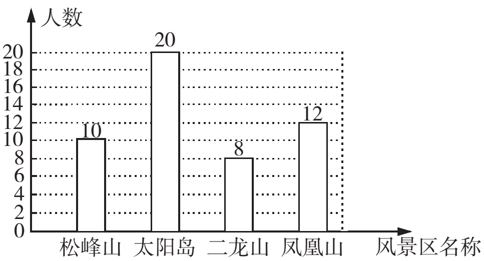
解：(1) $10\div 20\%=50$（名）

∴本次调查共抽取了 50 名学生

(2) $50-10-20-12=8$(名)

∴最喜欢二龙山风景区的学生有 8 名

补全条形统计图 如图所示

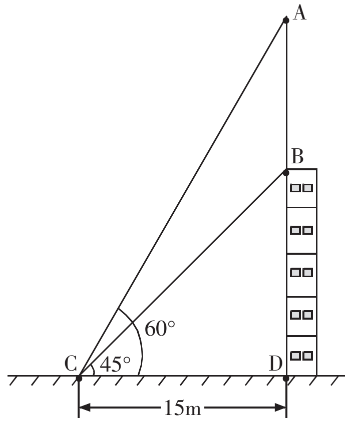


(3) $1350\times\dfrac{20}{50}=540$（名）

∴估计最喜欢太阳岛风景区的学生有 540 名

（知识范围：统计图、样本估计总体等 题型：应用题 难度系数：0.70）

【示例 16】如图，楼顶有一根天线 AB，为了测量天线的高度，在地面点 C 处测得楼顶 B 点的仰角为45°，测得天线顶端 A 点的仰角为 60°，且点 C 到楼的距离 CD 为 15m，求天线 AB 的长(结果保留根号).



【答案】

解：在 Rt△CDB 中　∠BDC=90°

∵∠BCD=45°　∴∠CBD=∠BCD=45°

∴ BD=CD=15　在 Rt△ACD 中　∠ADC=90°

∵ $\tan\angle ACD=\frac{AD}{CD}$

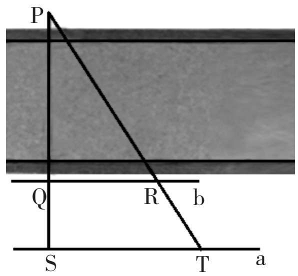
∴ $AD=CD\cdot\tan\angle ACD=15\times\tan60°=15\times\sqrt{3}=15\sqrt{3}$ (m)

$AB=AD-BD=(15\sqrt{3}-15)$ (m)

答：天线 AB 的长为$(15\sqrt{3}-15)$m.

(知识范围：解直角三角形、三角函数、等腰直角三角形等　题型：应用题　难度系数：0.65)

【示例 17】如图，为了估算河的宽度，我们可以在河对岸选定一个目标点 P，在近岸取点 Q 和 S，使点 P，Q，S 共线且直线 PS 与河垂直，接着在过点 S 且与 PS 垂直的直线 a 上选择适当的点 T，确定 PT 与过点 Q 且垂直 PS 的直线 b 的交点 R.已测得 QS=45m，ST=90m，QR=60m，请根据这些数据，计算河宽 PQ.



【答案】解：∵∠PQR=∠PST=90°　∠P=∠P

∴△PQR∽△PST　∴ $\frac{PQ}{PS}=\frac{QR}{ST}$

即 $\frac{PQ}{PQ+QS}=\frac{QR}{ST}$　$\frac{PQ}{PQ+45}=\frac{60}{90}$

$PQ\times90=(PQ+45)\times60$　解得 PQ=90(m)　因此，河宽大约为 90m.

(知识范围：相似三角形判定、相似三角形性质等　题型：应用题　难度系数：0.60)

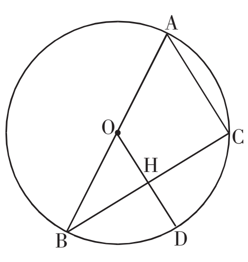
【示例 18】已知：△ABC 内接于⊙O，D 是$\overset{\frown}{BC}$上一点，OD⊥BC，垂足为 H.

(1) 如图 1，当圆心 O 在 AB 边上时，求证：AC=2OH；

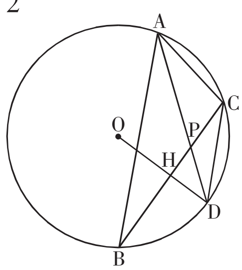
(2) 如图 2，当圆心 O 在△ABC 外部时，连接 AD、CD，AD 与 BC 交于点 P.

求证：∠ACD=∠APB；

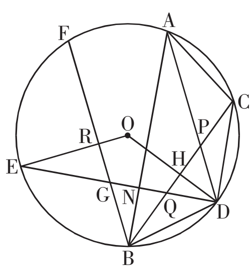
(3) 在(2)的条件下，如图 3，连接 BD，E 为⊙O 上一点，连接 DE 交 BC 于点 Q、交 AB 于点 N，连接 OE，BF 为⊙O 的弦，BF⊥OE 于点 R 交 DE 于点 G，若∠ACD－∠ABD=2∠BDN，$AC=5\sqrt{5}$，$BN=3\sqrt{5}$，$\tan\angle ABC=\frac{1}{2}$，求 BF 的长.



(图 1)



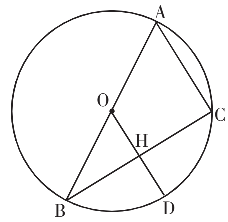
(图 2)



(图 3)

【答案】(1) 证明：如图 1　$\because OD \perp BC$　$\therefore BH = HC$

$\because OA = OB$　$\therefore OH = \frac{1}{2}AC$　$\therefore AC = 2OH$

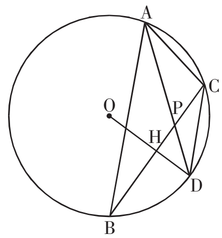

(图 1)

(2) 证明：如图 2　$\because OD \perp BC$　$\therefore \overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DC}$　$\therefore \angle BCD = \angle CAD$

$\because \angle APB = \angle ACB + \angle CAD$　$\angle ACD = \angle ACB + \angle BCD$

$\therefore \angle ACD = \angle APB$

(3) 解：如图 3　连接 AF　在 AB 上截取 AM = AC　连接 DM　由(2)得


(图 2)

$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{DC}$　$\therefore \angle 1 = \angle 2$　BD = DC　又 $\because AD = AD$

$\therefore \triangle ADM \cong \triangle ADC$　$\therefore \angle AMD = \angle ACD$　DM = DC　$\therefore BD = DM$

$\because \angle ACD = \angle ABD + 2\angle 3$　$\angle AMD = \angle ABD + \angle BDM$

$\therefore \angle BDM = 2\angle 3$　$\therefore \angle 3 = \angle MDN$　$\therefore DN \perp AB$

$\because OE \perp BF$　$\angle 8 = \angle 9$　$\therefore \angle 5 + \angle 8 = \angle 6 + \angle 9 = 90°$

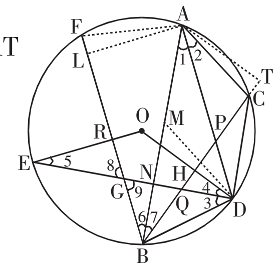
$\therefore \angle 5 = 90° - \angle 8$　$\angle 6 = 90° - \angle 9$　$\therefore \angle 5 = \angle 6$　同理 $\angle 4 = \angle 7$

$\because OD = OE$　$\therefore \angle 4 = \angle 5$　$\therefore \angle 6 = \angle 7$　过点 A 作 $AL \perp BF$ 于点 L

$AT \perp BC$ 交 BC 延长线于点 T　$\because \angle ACB + \angle F = 180°$

$\angle ACB + \angle ACT = 180°$　$\therefore \angle F = \angle ACT$　$\because \angle 6 = \angle 7$　$\therefore AL = AT$

$\because \angle ALF = \angle T = 90°$　$\therefore \triangle AFL \cong \triangle ACT$　$\therefore AF = AC$


(图 3)

$\because \tan\angle 6 = \tan\angle 7 = \frac{AL}{BL} = \frac{1}{2}$　$\therefore$ 设 $AL = x$　$BL = 2x$

$AB = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5}x$　$\because AM = AC = 5\sqrt{5}$

$BN = MN = 3\sqrt{5}$　$\therefore AB = 11\sqrt{5}$　$\therefore x = 11$　$BL = 2x = 22$

$AF = AC = 5\sqrt{5}$　$\therefore FL = \sqrt{AF^2 - AL^2} = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - 11^2} = 2$　$\therefore BF = 24$

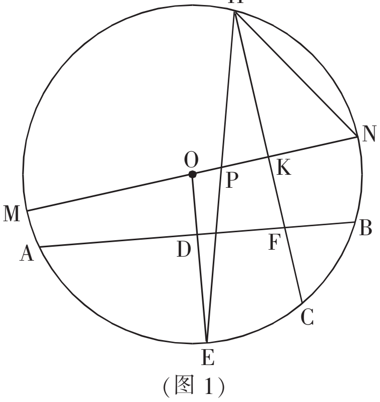
(知识范围：垂径定理、圆周角定理、三角形中位线定理、勾股定理、三角函数等　题型：探究题　难度系数：0.35)

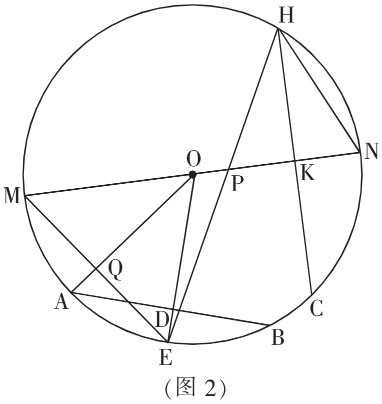
【示例 19】已知：MN 为⊙O 的直径，OE 为⊙O 的半径，AB、CH 是⊙O 的两条弦，AB⊥OE 于点D，CH⊥MN 于点 K，连接HN、HE，HE 与 MN 交于点 P.

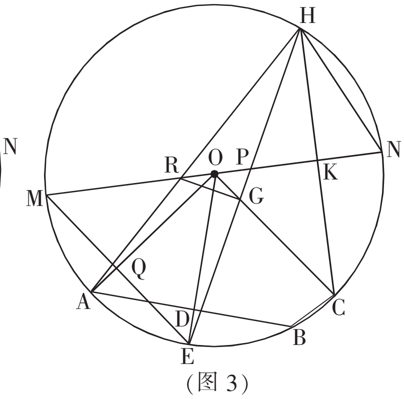
(1) 如图 1，若 AB 与 CH 交于点 F，求证：∠HFB=2∠EHN；

(2) 如图 2，连接 ME、OA，OA 与 ME 交于点 Q，若 OA⊥ME，∠EON=4∠CHN，求证：MP=AB；

(3) 如图 3，在(2)的条件下，连接 OC、BC、AH，OC 与 EH 交于点 G，AH 与 MN 交于点 R，连接 RG，若 HK:ME=2:3，$BC=\sqrt{2}$，求 RG 的长.

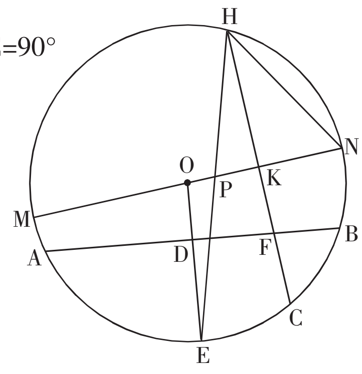

(图 1)


(图 2)


(图 3)

关注微信公众号：黑龙江考试资讯（ID：lk11777）获取准确考试信息

【答案】


（图 1）

（1）证明：如图 1　$\because AB\perp OE$　$CH\perp MN$　$\therefore \angle ODB=\angle OKC=90^\circ$

$\because \angle KOD+\angle ODF+\angle DFK+\angle FKO=360^\circ$

$\therefore \angle KOD+\angle DFK=180^\circ$　$\because \angle DFK+\angle HFB=180^\circ$

$\therefore \angle EON=\angle HFB$　$\because \angle EON=2\angle EHN$　$\therefore \angle HFB=2\angle EHN$

（2）证明：如图 2　连接 OB　$\because \angle EON=2\angle EHN$

$\angle EON=4\angle CHN$　$\therefore \angle EHN=2\angle CHN$　$\therefore \angle EHC=\angle CHN$

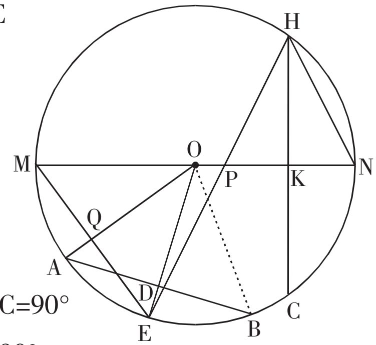
$\because CH\perp MN$　$\therefore \angle HKP=\angle HKN=90^\circ$　$\therefore \angle PHK+\angle HPK=90^\circ$

$\angle NHK+\angle KNH=90^\circ$　$\therefore \angle HPK=\angle HNK$　$\because \angle HPK=\angle MPE$

$\angle HNM=\angle MEP$　$\therefore \angle MPE=\angle MEP$　$\therefore MP=ME$　$\because OA\perp ME$

$OM=OE$　$\therefore \angle MOA=\angle EOA$　$\because OE\perp AB$　$OA=OB$

$\therefore \angle AOE=\angle BOE$　$\therefore \angle MOE=\angle AOB$　$\therefore ME=AB$　$\therefore MP=AB$


（图 2）

（3）解：如图 3　连接 AC　$\because \angle NOC=2\angle NHC$

$\angle COE=2\angle CHE$　$\therefore \angle NOC=\angle EOC$　$\because \angle MOA=\angle EOA$

$\therefore \angle AOE+\angle COE=\angle AOC=90^\circ$　$\therefore \angle AHC=45^\circ$

$\because \angle AHC+\angle ABC=180^\circ$　$\therefore \angle ABC=135^\circ$　$\because CH\perp MN$　$\therefore \angle OKC=90^\circ$

$\therefore \angle KCO+\angle KOC=90^\circ$　$\therefore \angle AOD=\angle KCO$　$\because \angle ADO=\angle OKC=90^\circ$

$OA=OC$　$\therefore \triangle AOD\cong\triangle OCK$　$\therefore OD=CK$　$AD=OK$　$\because HK:ME=2:3$

$\therefore$ 设 $HK=4m$　$ME=6m$　$\therefore AB=ME=6m$　$\because AD=BD$　$\therefore AD=3m$

$\therefore OA=5m=OC$　$\therefore AC=5\sqrt{2}\,m$　过点 C 作 AB 的垂线交 AB 的延长线于点 T　$\because \angle ABC=135^\circ$

$\therefore \angle CBT=45^\circ$　$\because BC=\sqrt{2}$　$\therefore BT=CT=1$　$\because AC^2=AT^2+CT^2$

$\therefore (5\sqrt{2}\,m)^2=(6m+1)^2+1^2$　解得 $m_1=-\frac{1}{7}<0$（舍去）　$m_2=1$

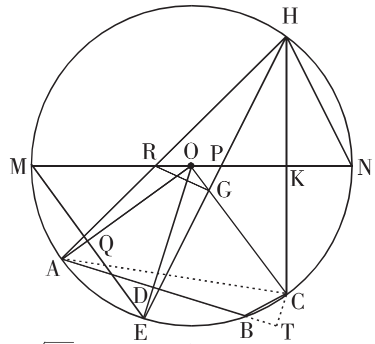
$\therefore OC=5m=5=ON$　$\therefore OK=3m=3$　$\therefore KN=KP=5-3=2$

$\therefore OP=1$　$\because \angle COA=\angle OQM=90^\circ$　$\therefore OC\parallel ME$

$\therefore \angle MEP=\angle OGP$　$\therefore \angle OGP=\angle OPG$　$\therefore OP=OG=1$

$\because \angle AHC=45^\circ$　$\therefore KR=KH=4$　$OK=3$　$\therefore OR=1$

$\therefore OR=OG=OP$　$\therefore \angle ORG=\angle OGR$


（图 3）

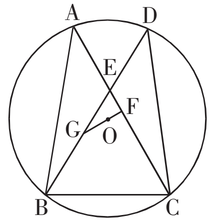
$\therefore \angle OGR+\angle OGP=90^\circ$　$\therefore RG\perp GP$　$\because PK=2$　$KH=4$　$\therefore PH=2\sqrt{5}$

$RP=2$　$\therefore \sin\angle RPG=\frac{RG}{RP}=\sin\angle HPK=\frac{HK}{PH}=\frac{4}{2\sqrt{5}}$

$\therefore \frac{RG}{RP}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$　$RG=\frac{2\sqrt{5}}{5}\cdot RP$　$\therefore RG=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

（知识范围：垂径定理、圆周角定理、等腰三角形、一元二次方程、解直角三角形等　题型：探究题　难度系数：0.35）

【示例 20】如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，弦 BD 交 AC 于点 E，连接 CD，且 AE=DE，BC=CE.



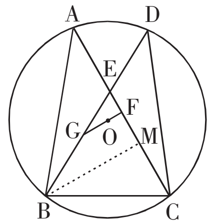
(1) 求∠ACB 的度数；

(2) 过点 O 作 OF⊥AC 于点 F，延长 FO 交 BE 于点 G，DE=3，EG=2，求 AB 的长.

【答案】(1) 证明：$\because \angle A=\angle D$　$\angle AEB=\angle DEC$　$AE=DE$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle DEC$　$\therefore EB=EC$　又 $\because BC=CE$

$\therefore BE=CE=BC$　$\therefore \triangle EBC$ 为等边三角形　$\therefore \angle ACB=60°$



(2) 解：$\because OF\perp AC$　$\therefore AF=CF$　$\because \triangle EBC$ 为等边三角形

$\therefore \angle GEF=60°$　$\therefore \angle EGF=30°$　$\because EG=2$　$\therefore EF=1$

又 $\because AE=ED=3$　$\therefore CF=AF=4$　$\therefore AC=8$　$CE=5$　$\therefore BC=5$

作 BM⊥AC 于点 M　$\because \angle BCM=60°$　$\therefore \angle MBC=30°$

$\therefore CM=\dfrac{5}{2}$　$BM=\sqrt{BC^2-CM^2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

$\therefore AM=AC-CM=\dfrac{11}{2}$　$\therefore AB=\sqrt{AM^2+BM^2}=7$

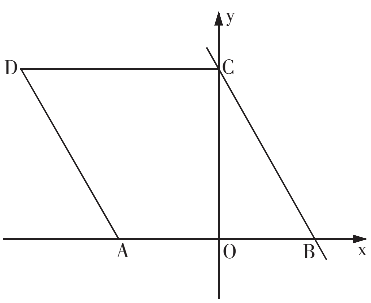
（知识范围：垂径定理、圆周角定理、等边三角形、勾股定理等　题型：探究题　难度系数：0.55）

【示例 21】已知：在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，点 A 在 x 轴的负半轴上，直线 $y=-\sqrt{3}x+\dfrac{7}{2}\sqrt{3}$ 与 x 轴、y 轴分别交于 B、C 两点，四边形 ABCD 为菱形.

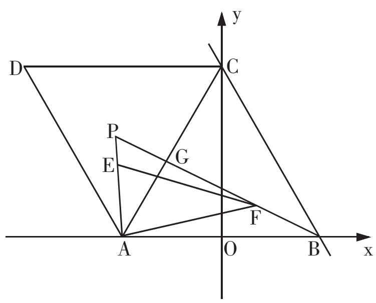
(1) 如图 1，求点 A 的坐标；

(2) 如图 2，连接 AC，点 P 为△ACD 内一点，连接 AP、BP，BP 与 AC 交于点 G，且∠APB=60°，点 E 在线段 AP 上，点 F 在线段 BP 上，且 BF=AE. 连接 AF、EF，若∠AFE=30°，求 AF^2+EF^2 的值；

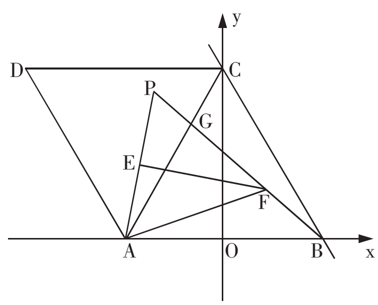
(3) 如图 3，在(2)的条件下，当 PE=AE 时，求点 P 的坐标.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

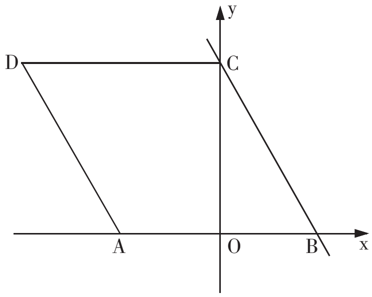
【答案】(1) 解：如图 1 $\because y=-\sqrt{3}x+\frac{7}{2}\sqrt{3}$ $\therefore B(\frac{7}{2},0)$ $C(0,\frac{7}{2}\sqrt{3})$

$\therefore BO=\frac{7}{2}$ $CO=\frac{7}{2}\sqrt{3}$ 在 Rt△BCO 中

$BC=\sqrt{BO^2+CO^2}=\sqrt{(\frac{7}{2})^2+(\frac{7}{2}\sqrt{3})^2}=7$

$\because$ 四边形 ABCD 为菱形 $\therefore AB=BC=7$

$\therefore AO=AB-BO=7-\frac{7}{2}=\frac{7}{2}$ $\therefore A(-\frac{7}{2},0)$



(图 1)

(2) 如图 2 $\because AO=\frac{7}{2}=BO$ $CO\perp AB$ $\therefore AC=BC=7$

$\therefore AB=AC=BC$ $\therefore$△ABC 为等边三角形 $\therefore\angle ACB=60°$

$\because\angle APB=60°$ $\therefore\angle APB=\angle ACB$

$\because\angle PAG+\angle APB=\angle AGB=\angle CBG+\angle ACB$

$\therefore\angle PAG=\angle CBG$ 连接 CE、CF

$\because AE=BF$ $\therefore\triangle ACE\cong\triangle BCF$

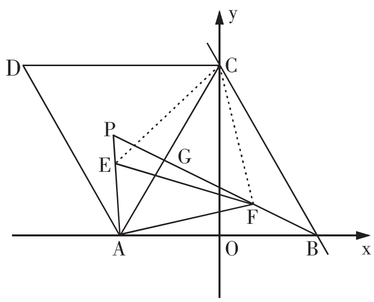
$\therefore CE=CF$ $\angle ACE=\angle BCF$

$\therefore\angle ECF=\angle ACF+\angle ACE=\angle ACF+\angle BCF=\angle ACB=60°$

$\therefore$△CEF 为等边三角形

$\therefore\angle CFE=60°$ $EF=FC$ $\because\angle AFE=30°$ $\therefore\angle AFC=\angle AFE+\angle CFE=90°$

在 Rt△ACF 中 $\therefore AF^2+CF^2=AC^2=7^2=49$ $\therefore AF^2+EF^2=49$



(图 2)

(3) 如图 3 由(2)知△CEF 为等边三角形

$\therefore\angle CEF=60°$ $EC=EF$ 延长 CE、FA 交于点 H

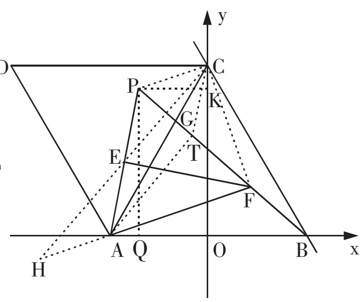
$\because\angle AFE=30°$ $\angle CEF=\angle H+\angle EFH$

$\therefore\angle H=\angle CEF-\angle EFH=30°$ $\therefore\angle H=\angle EFH$ $\therefore EH=EF$

$\therefore EC=EH$ 连接 CP $\because PE=AE$ $\angle CEP=\angle HEA$

$\therefore\triangle CPE\cong\triangle HAE$ $\therefore\angle PCE=\angle H$ $\therefore CP\parallel FH$

$\therefore\angle HFP=\angle CPF$ 在 BP 上截取 TB=AP



(图 3)

连接 TC 由(2)知$\angle CAP=\angle CBT$ $\because AC=BC$ $\therefore\triangle ACP\cong\triangle BCT$

$\therefore CP=CT$ $\angle ACP=\angle BCT$ $\therefore\angle PCT=\angle ACP+\angle ACT=\angle BCT+\angle ACT=\angle ACB=60°$

$\therefore$△CPT 为等边三角形 $\therefore CT=PT$ $\angle CPT=\angle CTP=60°$

$\because CP\parallel FH$ $\therefore\angle HFP=\angle CPT=60°$ $\because\angle APB=60°$ $\therefore\angle APB=\angle AFP$ $\therefore AP=AF$

$\therefore$△APF 为等边三角形 $\therefore\angle CFP=\angle AFC-\angle AFP=90°-60°=30°$

$\therefore\angle TCF=\angle CTP-\angle TFC=60°-30°=30°$ $\therefore\angle TCF=\angle TFC$ $\therefore TF=TC=TP$

连接 AT　则 $AT\perp BP$　设 BF=m　则 AE=PE=m

$\therefore PF=AP=2m$　$\therefore TF=TP=m$　TB=2m　BP=3m

在 Rt△APT 中　$AT=\sqrt{AP^2-TP^2}=\sqrt{(2m)^2-m^2}=\sqrt{3}m$

在 Rt△ABT 中　$AT^2+TB^2=AB^2$　$\therefore(\sqrt{3}m)^2+(2m)^2=7^2$

$\therefore m_1=-\sqrt{7}$（舍去）　$m_2=\sqrt{7}$

$\therefore BF=\sqrt{7}$　$AT=\sqrt{21}$　$BP=3\sqrt{7}$　$\sin\angle ABT=\frac{AT}{AB}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

作 $PQ\perp AB$　垂足为点 Q　作 $PK\perp OC$　垂足为点 K　则四边形 PQOK 为矩形

则 $OK=PQ=BP\cdot\sin\angle PBQ=3\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{21}}{7}=3\sqrt{3}$

$BQ=\sqrt{BP^2-PQ^2}=\sqrt{(3\sqrt{7})^2-(3\sqrt{3})^2}=6$　$OQ=BQ-BO=6-\frac{7}{2}=\frac{5}{2}$　$\therefore P(-\frac{5}{2},3\sqrt{3})$

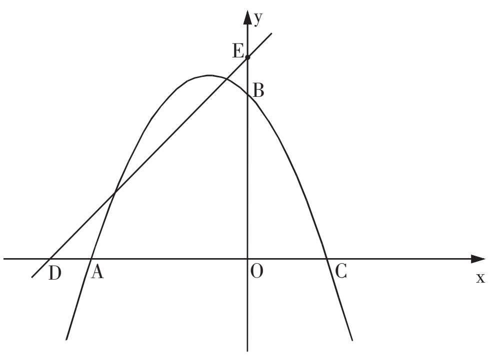
（知识范围：一次函数、点的坐标、全等三角形、等边三角形、菱形、勾股定理、三角函数等　题型：综合题　难度系数：0.35）

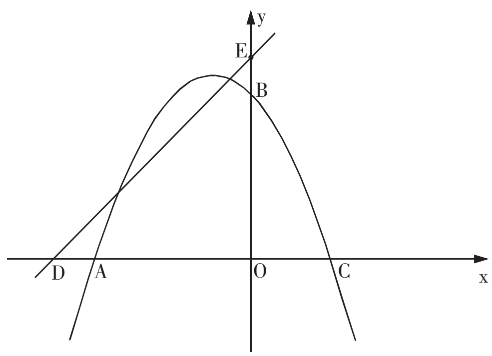
【示例 22】如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，抛物线 $y=ax^2+2ax+c$ 经过 A(－4,0)，B(0,4)两点，与 x 轴交于另一点 C，直线 y=x+5 与 x 轴交于点 D，与 y 轴交于点 E.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 点 P 是第二象限抛物线上的一个动点，连接 EP，过点 E 作 EP 的垂线 l，在 l 上截取线段EF，使 EF=EP，且点 F 在第一象限，过点 F 作 FM⊥x 轴于点 M，设点 P 的横坐标为 t，线段 FM 的长为 d，求 d 与 t 之间的函数解析式(不要求写出自变量 t 的取值范围)；

(3) 在(2)的条件下，过点E 作 EH⊥ED 交 MF 的延长线于点 H，连接 DH，点 G 为 DH 的中点，当直线 PG 经过 AC 的中点 Q 时，求点 F 的坐标.





【答案】(1) 解：把 A(－4,0)　B(0,4) 代入 $y=ax^2+2ax+c$　得 $\begin{cases}0=16a-8a+c\\4=c\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\c=4\end{cases}$　$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2-x+4$

(2) 解：如图1 过点P、F分别作y轴的垂线 垂足分别为点I、R

$\therefore \angle PIE = \angle FRE = \angle FRO = 90°$ $\because EP \perp EF$ $\therefore \angle PEI + \angle FER = 90°$

$\because \angle EFR + \angle FER = 90°$ $\therefore \angle PEI = \angle EFR$

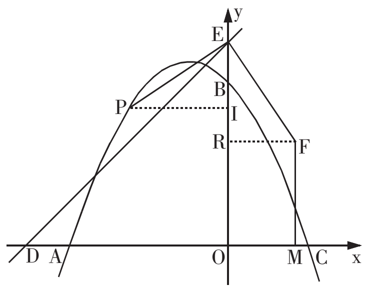
$\because EP = EF$ $\therefore \triangle PEI \cong \triangle EFR$ $\therefore PI = ER$

$\because FM \perp x$ 轴 $\therefore \angle FMO = 90°$ $\because \angle ROM = 90°$

$\therefore$ 四边形ORFM为矩形 $\therefore FM = OR$

$\because$ 点P横坐标为t 点P在第二象限 $\therefore PI = -t$

$\because OR = OE - RE = 5 - (-t)$ $\therefore d = t + 5$



(图1)

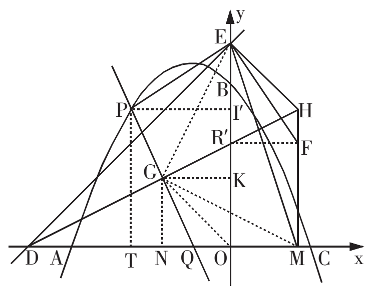
(3) 解：如图2 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ $y = 0$ 时

$-\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = 0$ $x_1 = -4$ $x_2 = 2$ $\therefore C(2,0)$

$\because Q$为AC中点 $\therefore Q(-1,0)$ $\therefore OQ = 1$

$\because y = x + 5$ 与x轴交于点D 与y轴交于点E

$\therefore D(-5,0)$ $E(0,5)$ $\therefore OD = OE = 5$



(图2)

连接OG、GE、GM 过G、P、F分别作y轴的垂线

垂足分别为K、I′、R′ $\because EH \perp DE$ $MF \perp DM$

$\therefore \triangle DEH$与$\triangle DMH$为直角三角形 $\because$ 点G为DH中点 $\therefore GE = GM = GD$

过点G作$GN \perp DM$于点N $\because OD = OE$ $OG = OG$ $\therefore \triangle DOG \cong \triangle EOG$

$\therefore \angle GON = \angle GOK = 45°$ $\therefore GK = GN$ $\because \angle GKO = \angle KON = \angle ONG = 90°$

$\therefore$ 四边形OKGN为正方形 $\therefore Rt\triangle EGK \cong Rt\triangle MGN$

$\therefore EK = MN$ 由(2)得 $\triangle EPI' \cong \triangle FER'$ 四边形OMFR′为矩形

设$GN = n$ $\therefore ON = OK = n$ $MN = EK = 5 - n$ $EI' = FR' = OM = MN - ON = 5 - 2n$

$\therefore I'O = OE - EI' = 2n$ 过点P作$PT \perp x$轴于点T $\therefore$ 四边形PTOI′为矩形

$\therefore PT = 2n$ $\therefore PT = 2GN$ $\because \tan\angle GQN = \frac{GN}{NQ} = \frac{PT}{TQ}$ $\therefore TQ = 2NQ$

$NQ = n - 1$ $TQ = 2n - 2$ $\therefore OT = TQ + OQ = 2n - 2 + 1 = 2n - 1$ $\therefore P(1-2n, 2n)$

$\therefore 2n = -\frac{1}{2}(1 - 2n)^2 - (1 - 2n) + 4$ 解得 $n_1 = \frac{1+\sqrt{6}}{2}$ $n_2 = \frac{1-\sqrt{6}}{2} < 0$(舍去)

$\therefore OM = 5 - 2n = 4 - \sqrt{6}$ $OT = 2n - 1 = \sqrt{6}$ $\therefore t = 1 - 2n = -\sqrt{6}$

$\because FM = d = t + 5 = 5 - \sqrt{6}$ $\therefore F(4-\sqrt{6}, 5-\sqrt{6})$

(知识范围：二次函数、一次函数、点的坐标、矩形、全等三角形、三角函数等题型：综合题 难度系数：0.37)

【示例23】阅读下列材料：父亲和儿子同时出去晨练.如图1，实线表示父亲离家的路程y(米)与时间x(分)的函数图象；虚线表示儿子离家的路程y(米)与时间x(分)的图象.由图象可知，

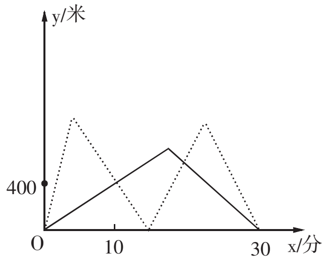
他们在出发 10 分时第一次相遇，此时离家 400 米；晨练了 30 分，他们同时到家.

根据阅读材料给你的启示，利用指定的直角坐标系(如图 2)或用其他方法解答问题：

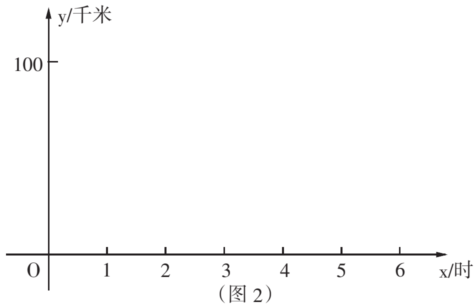
一巡逻艇和一货轮同时从 A 港口前往相距 100 千米的 B 港口，巡逻艇和货轮的速度分别为 100 千米 / 时和 20 千米 / 时，巡逻艇不停地往返于 A、B 两港口巡逻(巡逻艇调头的时间忽略不计).

（1）货轮从 A 港口出发以后直到 B 港口，货轮与巡逻艇一共相遇了几次？

（2）出发多少时间巡逻艇与货轮第三次相遇？此时离 A 港口多少千米？



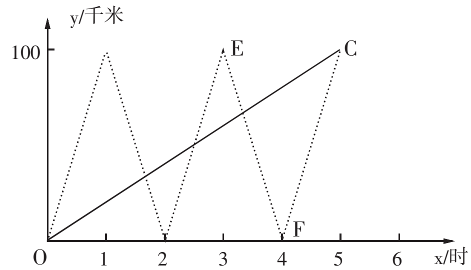
（图 1）



（图 2）

【答案】

（1）由题意可画图象如图.



∴ 货轮从 A 港口出发以后直到 B 港口与巡逻艇一共相遇 4 次.

（2）设 OC 所在直线的解析式 $y=mx$

∵ 点 C 的坐标为（5，100） ∴ $100=5m$ ∴ $m=20$

∴ $y=20x$ 设 EF 所在直线的解析式为 $y=kx+b$

∵ 点 E、F 的坐标分别为（3，100）（4，0）

$$\therefore \begin{cases}3k+b=100\\4k+b=0\end{cases} \quad \therefore \begin{cases}k=-100\\b=400\end{cases} \quad \therefore y=-100x+400$$

$$\begin{cases}y=20x\\y=-100x+400\end{cases} \quad 解得\begin{cases}x=\dfrac{10}{3}\\y=\dfrac{200}{3}\end{cases}$$

答：出发 $\frac{10}{3}$ 小时巡逻艇与货轮第三次相遇，这时离 A 港口 $\frac{200}{3}$ 千米.

（知识范围：正比例函数图象、二元一次方程组等　题型：阅读理解题　难度系数：0.60）